ECOLE DE L'AIR 1979

Option 1ère épreuve de MATHEMATIQUES M-P (3 heures)

PROBLEME 1

Dans l'espace affine $\mathbb{R}^3$ rapporté à un repère affine on considère les trois plans (P_1), (P_2) et (P_3) d'équations :

$$(P_1) \quad x + aby + z = b$$
$$(P_2) \quad x + by + az = 1 \qquad (a, b) \in \mathbb{R}^2$$
$$(P_3) \quad ax + by + z = 1$$

I. Suivant les valeurs du couple (a,b) établir les intersections de ces plans 2 à 2 et déterminer les éventuels points communs aux 3 plans.

II. On envisage maintenant l'espace euclidien $\mathbb{R}^3$ rapporté à un repère orthonormé et l'on pose :

$$(a, b) = (-2, -2)$$

Soit (Δ) la droite intersection de (P_1) et (P_2).

Former l'équation du plan (P) contenant (Δ) et orthogonal à (P_1).

III. Soit d un réel positif donné.

Etablir l'équation de la surface, ensemble des points dont la distance à (Δ) est d.

Vérifier que c'est bien l'équation d'une surface cylindrique de génératrices parallèles à (Δ).

PROBLEME 2

Soit (E) l'ensemble des matrices carrées (n,n) muni de sa structure d'algèbre ($\mathbb{R}$- espace vectoriel, anneau). On pose :

$$C = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} \text{ (n lignes)} \qquad U = \begin{pmatrix} 1 & \cdots & 1 \\ \vdots & & \vdots \\ 1 & \cdots & 1 \end{pmatrix} \quad U_{ij} = 1 \ \forall (i,j),\ U \in (E)$$

I. Soit S une matrice telle que : $(\exists \lambda \in \mathbb{R})$; $S.C = \lambda .C$

Caractériser une telle matrice.

Etablir l'équivalence :

$$S.C = \lambda .C \iff S.U = \lambda .U$$

II. Soit (E_1) l'ensemble des matrices S.

1. Montrer que :

$$I \in (E_1) \qquad U \in (E_1)$$

I étant la matrice unité de (E).

2. Montrer que :

$$\left.\begin{array}{l} S \in (E_1) \\ S \text{ régulière} \end{array}\right\} \Longrightarrow \quad S^{-1} \in (E_1)$$

III. Montrer que $(E_1, +, x, .)$ est une sous-algèbre de (E).

IV. On considère l'application :

$$\Phi : (E_1) \longrightarrow \mathbb{R}$$
$$S \longmapsto \Phi(S)$$

telle que : $S.C = \Phi(S).C$ ou $S.U = \Phi(S).U$

Montrer que Φ est un morphisme d'espace vectoriel et d'anneau.

V. Caractériser les matrices de $\mathrm{Ker}\,\Phi$.

Montrer que $\mathrm{Ker}\,\Phi$ est confondu avec l'ensemble des matrices de la forme :

$$S = \frac{\Phi(S)}{n}.U \qquad (S \in E_1)$$

VI. En déduire que $\mathrm{Ker}\,\Phi$, sous-anneau de l'anneau (E_1) , contient un élément neutre à droite pour la multiplication des matrices (on peut remarquer que $I \notin \mathrm{Ker}\,\Phi$). FIN

www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail